

## האוניברסיטה העברית בירושלים

מבחן מועד ב' תשע"ב (2012) - תורת הקוונטים בפסיקה יישומית 83880

הבחינה עם חומר פתוח, משך הבחינה 2.5 שעות

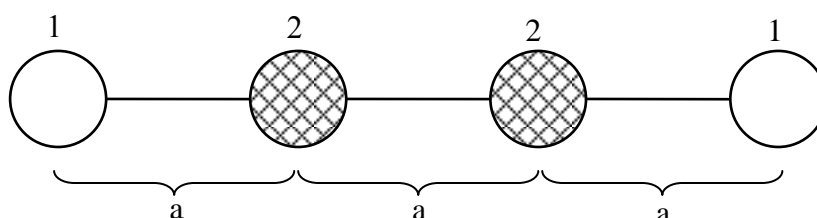
מרצה יוסי פלטיאל

מתרגל אייל כהן

### שאלה 1

(40 נקודות)

נתונה מולקולה ליניארית המורכבת מארבעה אטומים משני סוגים שונים, כבשרטוט:



כאשר אלקטרון נמצא בסביבה של אטום מסוג 1 האנרגיה שלו היא  $E_1$ , וכאשר הוא בסביבת אטום מסוג 2 –  $E_2$ . המרחק בין כל שני אטומים סמוכים הוא  $a$ .

א. (6 נקודות) נניח כי בקירוב ראשון קיימת הפרעה קטנה המאפשרת לאלקטרון לעבור רק בין שני אטומים סמוכים. האנרגיה הקשורה למעבר בין האטומים מסוג 2 היא  $g_{22}$  ובין אטום 1 לאטום 2 –  $g_{12}$ . רשמו את המצבים האפשריים לאלקטרון, את ההמילטוניאן  $H_0$  שאינו כולל הפרעה ואת מטריצת ההפרעה  $W_1$ . ( $g_{12} \sim g_{22} \ll E_1 < E_2$ )

ב. (6 נקודות) חשבו את התיקונים לאנרגיה מסדר ראשון ואת המצבים העצמיים לפי תורת הפרעות.

ג. (6 נקודות) הניחו כי בזמן  $t=0$  האלקטרון נמצא ליד האטום השמאלי ביותר. באמצעות הקירוב של סעיף (ב), חשבו את ההסתברות כי בזמן  $t>0$  האלקטרון יהיה בסביבת האטום השני משמאל.

ד. (12 נקודות) כעת מופעל שדה חשמלי בכיוון ציר  $x$  (ימינה),  $\mathcal{E}$ . מהו התנאי עבור גודל השדה החשמלי כך שניתן להשתמש בתורת הפרעות? מה יהיו התיקונים מסדר ראשון לאנרגיות והמצבים העצמיים במקרה זה?

ה. (10 נקודות) כעת נניח כי השדה החשמלי גדול מזה שקיבלתם בסעיף הקודם. מה יהיה התיקון לרמות האנרגיות כעת (עד לסדר שני)?

## שאלה 2

(40 נקודות)

נתונה מערכת שלוש רמות, המתוארת על ידי המצבים  $|a\rangle, |b\rangle, |c\rangle$  מצב כללי של המערכת ניתן לרשום

$$|\Psi\rangle = C_a |a\rangle + C_b |b\rangle + C_c |c\rangle.$$

מקדמי הרשום מוצגים באמצעות וקטור עמודה  $\begin{pmatrix} C_a \\ C_b \\ C_c \end{pmatrix}$  וההמילטוניאן בבסיס  $|a\rangle, |b\rangle, |c\rangle$  הוא:

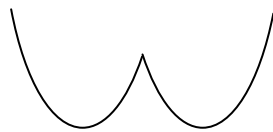
$$H = \hbar \begin{pmatrix} \omega_0 & g & 0 \\ g & -\omega_0 & \\ 0 & & \omega_c \end{pmatrix}$$

- א. (6 נקודות) האם המצבים  $|a\rangle, |b\rangle, |c\rangle$  הם מצבים סטציונרים של המערכת? נמקו.
- ב. (7 נקודות) מצאו את הערכים העצמיים של ההמילטוניאן  $H$  הסבר בקצרה מהי המשמעות הפיסיקלית שלהם?
- ג. (7 נקודות) באילו תנאים מתקבל ניוון?
- ד. (10 נקודות) הניחו כרגע שאין ניוון ומצבה של המערכת בזמן  $t=0$  הוא  $|\Psi(t=0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|b\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|c\rangle$  מצאו את ההסתברות להמצאות המערכת בכל אחד מהמצבים  $|a\rangle, |b\rangle, |c\rangle$  בזמן  $t$ .
- ה. (10 נקודות) נקה אנסמבל של הרבה אטומים להם התכונות של המערכת, אשר כולם התחילו בזמן  $t=0$  במצב הנתון ב-(ד). כיצד תראה המערכת לאחר זמן ארוך מאוד? רשמו מטריצת צפיפות שמתארת את התפלגות המצבים. כיצד תשתנה מטריצת הצפיפות עם הזמן? הסבירו.

## שאלה 3

(20 נקודות)

- (10 נק') חשבו את רמות האנרגיה של אוסילטור הרמוני על ידי קירוב ה-WKB. מתי הקירוב נכון?
- (10 נק') העריכו באמצעות WKB את אנרגית הצימוד עבור קירוב שני בורות פוטנציאל של אוסילטור הרמוני זהים אחד אל השני? כיצד יראה הספקטרום?



בהצלחה,

יוסי ואייל